Notas de Evaluación de proyectos: Introducción

César Octavio Contreras[1]
Universidad del Norte

1.- Introducción

El término capital se refiere a la riqueza en forma de dinero o propiedades que pueden utilizarse para generar más riqueza. La mayor parte de los estudios de ingeniería incluyen la aplicación del capital mediante periodos largos, de manera que es necesario considerar el efecto del tiempo. En este contexto, se reconoce que un dólar tiene más valor hoy que dentro de un año o más tiempo, por el interés (o la utilidad) que puede generar. Por lo tanto, el dinero tiene un valor en el tiempo.

¿Porque considerar el rendimiento del capital?

El capital en la forma del dinero se requiere para personas, maquinaria, materiales, energía y otras cosas necesarias para la operación de una organización se clasifica en dos categorías básicas: el capital propio, que es el que poseen los individuos que invierten su dinero o propiedades en un proyecto u operación de negocios, con la esperanza de obtener una utilidad; y el capital de deuda, al que con frecuencia se llama capital prestado, se obtiene de prestamos por ejemplo mediante la firma de documentos)para la inversión. A cambio, los prestantes recibirán un interés de los prestarios.

Es normal que los prestarios no reciban ningún otro beneficio acumulable apartar de la inversión del capital prestado. No son los propietarios de la organización y no corren tanto riesgo como ellos a llevar a cabo el proyecto o la empresa. Entonces, el rendimiento fijo, en forma de interés, sobre el capital que prestaron es mas seguro (es decir tiene memos riesgo) que la percepción de utilidades por parte de los dueños del capital propio. Si el proyecto o la empresa tienen éxito, el rendimiento (utilidad) para los dueños del capital propio puede ser mucho mayor que el interés que reciban los prestamistas del capital de deuda. No obstante, los dueños podrían recibir todo el interés que se les adeuda más la repocision del dinero que presentaron a la empresa.

Existen razones fundamentales por lo que el rendimiento que esperaban de su capitales suficiente para justificar su participación en un proyecto o una empresa que se les propone. Si un capital se les invirtiera en un proyecto, los inversionistas esperarían, como mínimo recibir un rendimiento, por lo menos igual, ala cantidad que sacrificaron por no usarlo en otra oportunidad disponible de riesgo comparable. Dicho interés o utilidad disponible apartir de una alternativa de inversión es el costo de oportunidad de utilizar el capital en la actividad propuesta. Así ya se trae el capital prestado o propio, existe un costo por emplearlo, en el sentidito que el proyecto y la empresa deben proporcionar un rendimiento suficiente que resulte atractivo desde el punto de vista financiero para los proveedores del dinero o las propiedades.

En resumen siempre que se requiera capital para los proyecto de ingeniaría se de empresas, resulta esencial que su costo (esto, es valor de su tiempo) reciba un análisis apropiado. El resto del presente capitulo examina los principios del balos del dinero en el tiempo lo cual tiene importancia para la evaluación adecuada de los proyectos de ingeniería tullen el fundamento de la competitividad de una compañía, y por lo tanto, de su supervivencia.

[1] Estas notas son incompletas y preeliminares, usadas únicamente para facilitar la exposición de clase y no pretende nada mas.

2.- Orígenes del interés

Al igual de los impuestos el interés ha existido desde los tiempos más antiguos que registra la historia humana. Los registros revelan su existencia en Babilonia en el año 2000 a.C. en su forma mas primitiva el interés se pagaba con dinero por usar granos y otros bienes que se prestaban; también se prestaban en forma de semillas y otros artículos. Muchas de las prácticas actuales relacionadas con el interés provienen de las costumbres originales al presentar y devolver cereales y ahorros cultivos.

La historia también rebela que la idea del interés estaba taña rraigadaque ya en el año 575 a.C. existía firma de banqueros internacionales, que tenia su casa matriz en Babilonia. El riesgo de dicha compañía provenía de las elevadas tasas de interés que cobraban por usar su dinero para financiar el comercio internacional.

De acuerdo con la historia antigua escrita las tasas de interés anuales típicas sobre los préstamos del dinero oscilaban entre 6 y 25% anual en algunos casos previstos por la ley se permitían tasas de asta un 40%. El cobro de tasas de interés exorbitantesre los prestamote denominaba usura que refutaba la idea de que el interés era ilegal en consecuencia el cobro del interés fue visto de nuevo con parte legal y esencial de la practica de los negocios. Con el tiempo se publicaron tablas de interés que estuvieron a disposición del público.

3.- Evaluación de proyectos

La evaluación de un proyecto es una herramienta, la cual al comparar flujos de beneficios y costos, permite determinar sí conviene realizar un proyecto o no; es decir, si es o no es rentable, además. si siendo conveniente, convienen postergar su inicio.

Al evaluar, entre otras cosas, se debe decidir cual es el tamaño más adecuado del proyecto. Los estudios de mercado, los técnicos y los económicos entregan la información necesaria para estimar los flujos esperados de ingresos y costos que se producirán durante la vida útil del proyecto en cada una de las alternativas posibles.

La Evaluación de Proyectos sólo considerará los flujos de beneficios y costos reales atribuibles al proyecto, expresados en moneda de un mismo momento. Cabe señalar que, al realizar la evaluación de un proyecto, no deben tomarse en cuenta los flujos pasados ni las inversiones existentes.

En presencia de varias alternativas de inversión, la evaluación de proyectos es un medio útil para fijar un orden de prioridad entre ellas, seleccionando los proyectos más rentables y descartando los que no lo son, con el fin de llegar a una eficiente asignación de recursos

En este curso estudiaremos 3 indicadores de rentabilidad o métodos de evaluación de proyectos. Un aspecto de gran importancia en la evaluación de proyectos es el análisis de riesgo basado métodos probabilísticas como el de Hillier y la simulación de Monte Carlo.

Teoría del Valor

- Esta teoría involucra la manera de valuar empresas, activos y proyectos de inversión.
- Es importante porque de ella dependen las decisiones de inversión que tomamos.

Primer principio fundamental de Finanzas:

“Un peso de hoy vale más que un peso del mañana”

- Este principio debe ser tomado en cuenta en la teoría del valor porque los activos y proyectos de inversión generan ingresos y costos en un horizonte de tiempo.

Características de los proyectos

- Su resultado (éxito o fracaso) esta sujeto a riesgo e incertidumbre.
- Suelen estar interrelacionados con otros proyectos.
- Pueden ser evaluados desde distintos puntos de vista.
- Requieren para su evaluación de un equipo multidisciplinario
- Pueden tener un origen privado o social y pueden ser evaluados desde el punto de vista privado o social.

La evaluación privada de proyectos supone que la riqueza, expresada en dinero, constituye el único interés del inversionista privado, en tanto que la evaluación social determina el efecto que el proyecto tendrá sobre el bienestar de la sociedad.

Evaluación Privada	Evaluación Social
• Se realiza bajo el punto de vista del dueño del proyecto o prestamista del proyecto	• Punto de vista social (bienestar social)
• Se centra en los costos y beneficios monetarios	• Se centra en costos y beneficios reales
• Utiliza precios de mercado	• Utiliza precios sociales
• No considera los efectos en la sociedad	• Considera los efectos en la sociedad
	• Incluye consideraciones de distribución de ingreso

Interés compuesto e interés simple

- En el cálculo del Valor Presente se utiliza el interés compuesto.
- La diferencia entre interés simple y compuesto es que, cuando se supone este último, los intereses devengados son reinvertidos para obtener más intereses en el futuro.

Año	**Interés Simple**			**Interés Compuesto**		
	Balance Inicial	**Interés**	**Balance Final**	**Balance Inicial**	**Interés**	**Balance Final**
1	100	10	110	100	10	110
2	110	10	120	110	11	121
3	120	10	130	121	12.1	133.1
4	130	10	140	133.1	13.3	146.4

Inversión inicial de 100 pesos a una tasa del 10%

Notas de Evaluación de proyectos: Valor del dinero a través del tiempo

César Octavio Contreras[2]
UN

4 Interés simple

Se dice que el interés y la tasa correspondiente son similares si el interés total que se obtiene o se o se cobra es una producción del préstamo lineal (principal) la tasa de interés y el numero de periodos de interés por lo que se hizo de préstamo. En la práctica comercial contemporánea no es común que se utilice el interés simple.

Si se aplica interés simple el interés total que se obtiene o se o paga, se calcula con la formula siguiente.

$$I = PNi \quad (2)$$

Donde P = cantidad principal que se da u obtiene en préstamo,
N = número de periodos de interés (por ejemplo, años)
I = tasa de interés por periodo

La cantidad total que se paga al fin N perdidos de intereses así si se prestan $1000 durante tres anos, a una tasa de interés de 10% anual el interés que se obtiene será de

$$I = \$1,000 \times 3 \times 0.10 = \$300$$

La cantidad total que se debería al fin de los tres años seria de $1000 + $300= $1300. Observe que la cantidad acumulada por concepto del interés recibido es una formación lineal del tiempo asta que se pague el interés (por lo general, no antes de que finalice el periodo N).

5 Interés compuesto

Se dice que el interés es compuesto siempre que el cobro de este por cualquier periodo de interés (por ejemplo de un año) se base en la cantidad principal que resta más cualquier cargo por interés acumulado hasta el comienzo de este periodo. El efecto de la composición del interés del 10% compuesto cada periodo.

Como se aparecía al final del tercer periodo se debería pagar un total de $1331 si la duración del periodo es de un año la cifra de $1331 al final de los tres periodos (Alos) pueden compararse con los $1300que se mencionan antes para el mismo problema con interés simple con el compuesto. La diferencia se debe al compuesto de la capitalización que en esencia ser mucho mayor tasas de interés mas elevados o un numero mayor de periodos de interés. Entonces el interés simple considera el valor del dinero en el tiempo aunque no incluye la capacitación de los intereses. En la práctica el interés compuesto es mucho más común que el interés simple, y se usara en lo que resta de este libro.

6 Formulas de interés que relacionan los valores presente y futuro equivalentes de flujos y efectivos únicos.

La figura muestra un diagrama de flujo efectivo que implica una suma presente única, p, y una suma futura única, f, separadas por N periodos con un interés del 1% por periodo.

[2] Estas notas son incompletas y preeliminares, usadas únicamente para facilitar la exposición de clase y no pretende nada mas.

A lo largo de este capitulo, una flecha de línea punteada, como la que se muestra en la figura, indica una cantidad por determinar. Las ecuaciones 2 y 3 ofrecen formulas que relacionan un valor p determinado y su equivalente desconocido F.

6.1 Calculo del valor F cuando se conoce el de P

Si se invierte una cantidad P de dólares en un punto en el tiempo, y la tasa de interés por periodo es de i%, la cantidad crecerá hasta convertirse en una cantidad futura de P + Pi = P(1+i) al final de un periodo; cuando terminen dos periodos, la cantidad aumentara y será de P(1+i)(1+i) = $P(1+i)^2$; al final de tres periodos, la cantidad será $P(1+i)^2(1+i)$ = $P(1+i)^3$; y al final de los N periodos, la cantidad crecerá para ser de

$$F = P(1+i)^N. \quad (3)$$

Ejemplo

Suponga que solicita prestados $8,000 en este momento, y promete pagar el principal mas los intereses que se acumulen dentro de cuatro años un i = 10% anual. ¿Cuanto pagara al final del cuarto año?.

Solución

Año	Cantidad que se adeuda al principio de año	Interés que se adeuda por cada año	Cantidad que se adeuda al final del año	Pago total al final del año
1	P = $8,000	iP = $800	P(1+i) = $8,800	0
2	P(1+i) = $8,800	iP(1+i) = $880	$P(1+i)^2$ = $9,680	0
3	$P(1+i)^2$ = $9,680	$iP(1+i)^2$ = $968	$P(1+i)^3$ = $10,648	0
4	$P(1+i)^3$ = $10,648	$iP(1+i)^3$ = $1,065	$P(1+i)^4$ = $11,713	F = $11,713

En general, se observa que $F = P(1+i)^N$, y la cantidad total por pagarse es de $11,713. La cantidad $(1+i)^N$, por lo general se llama factor de la cantidad compuesta por pago único.

En general, una buena forma de interpretar una relación como la de la ecuación 3 es que el monto calculado, F, en el punto de tiempo en el que ocurre, es equivalente a (y es intercambiable por) el valor conocido, P, en el punto de tiempo en el que ocurre, para el interés dado o tasa de utilidad, i.

6.2 Calculo del valor P cuando se conoce F

La ecuación 3 es $F = P(1+i)^N$. Al despejar P se obtiene la relación

$$P = F\left(\frac{1}{1+i}\right)^N = F(1+i)^{-N}$$

La cantidad $(1+i)^{-N}$ se conoce como el factor de valor presente de pago único.

Ejemplo

Una universidad (propietario) tiene la opción de comprar una extensión de tierra cuyo valor será de $10,000 dentro de unos seis años. Si el valor de la tierra se incrementa un 8% anual, ¿Cuánto debería estar dispuesto a pagar el inversionista por la propiedad?

Solución

El precio de compra se determina a partir de la ecuación 4, como sigue

$$P = 10{,}000\left(\frac{1}{1+0.08}\right)^6 = 10{,}000\left(\frac{1}{1.08}\right)^6 = 10{,}000(.92592592)^6$$

$$P = \$10{,}000(0.6302)$$

$$P = \$6{,}302$$

7.- Formulas de interés que relacionan una serie uniforme (anualidad) con sus valores presente y futuro equivalentes

La figura muestra un diagrama de flujo de efectivo general que implica una serie de ingresos uniformes (iguales), cada uno con un monto A, que ocurre al final de cada uno de los N periodos con una tasa de interés de 1% por periodo. Con frecuencia, una serie uniforme así recibe el nombre de anualidad. Debe observarse que las formulas y tablas por presentarse se obtienen de manera que A tiene lugar al final de cada periodo, y entonces,

1. P (valor presente equivalente) ocurre un periodo de interés antes de la primera A (cantidad uniforme),
2. F (valor futuro equivalente) ocurre al mismo tiempo que la ultima A, y N periodos después de P, y
3. A (anualidad) sucede al final de los periodos 1 al N, inclusive.

A continuación se obtendrán cuatro fórmulas que relacionan a A con F y con P.

7.1.- Cálculo del valor de F cuando se conoce el de A

Si un flujo de efectivo por un monto de A dólares ocurre al final de cada uno de los N periodos a una tasa de interés (utilidad o crecimiento) de i% por periodo, el valor futuro equivalente, F, al final del N-ésimo periodo, se obtiene al sumar los valores equivalentes futuros de cada uno de los flujos de efectivo. Así,

$$F = A\left[(1+i)^{N-1} + (1+i)^{N-2} + (1+i)^{N-3} + \ldots + (1+i)^{1} + (1+i)^{0}\right]$$

Los términos entre corchetes constituyen una secuencia geométrica que tiene una razón común igual a $(1+i)^{-1}$. Recuerde que la suma de los primeros N términos de una secuencia geométrica es

$$S_N = \frac{a_1 - b a_N}{1-b} \quad (b \neq 1).$$

Donde a_1 es el primer elemento de la secuencia, a_N es el último, y b es la razón común. Si $b = (1 + i)^{-1}$, $a_1 = (1 + i)^{N-1}$, y $a_N = (1 + i)^{o}$, entonces

$$F = A\left[\frac{(1+i)^{N-1} - \dfrac{1}{(1+i)}}{1 - \dfrac{1}{(1+i)}}\right]$$

que se reduce a

$$F = A\left[\frac{(1+i)^{N} - 1}{i}\right] \qquad 1.1$$

La cantidad $\{[(1 + i)^N – 1]/i\}$ se llama el factor de la cantidad compuesta de una serie uniforme. Es el punto de inicio para desarrollar los tres factores de interés restantes de una serie uniforme.

Ejemplo

a) Suponga que usted hace 15 depósitos anuales de $1,000 cada uno en una cuenta bancaria que paga el 5% de interés por año. El primer depósito se hará dentro de un año a partir de hoy. ¿Cuánto dinero podrá retirar de su cuenta inmediatamente después del pago numero 15?

Solución

El valor de A es de \$1,000, N es igual a 15 años e i = 5% anual. La cantidad futura equivalente que puede retirar de inmediato después del decimoquinto pago es

$$F = \$1{,}000\left[\frac{(1+.05)^{15}-1}{.05}\right]$$

F = \$1,000(21.5786)

F = 21,578.60

En el siguiente diagrama de flujo de efectivo, observe que el valor de F coincide con el último pago de \$1,000.

A = \$1,000 por año

b) Para ilustrar con mayor profundidad los efectos sorprendentes del interés compuesto, considere la veracidad de este enunciado: “Si usted tiene 20 años de edad y ahorra \$1.00 cada día por el resto de su vida, se puede convertir en millonario”. Suponga que usted va a vivir 80 años y que la tasa de interés anual es del 10%. En tales condiciones especificas, se calcula la cantidad futura compuesta (F) y resulta ser

$$F = \$365\left[\frac{(1+.10)^{60}-1}{.10}\right]$$

F = \$365(3,034.81)

F = 1, 107,706.

¡De manera que el enunciado es verdadero para las suposiciones que se hicieron! La moraleja es comenzar a ahorrar a temprana edad dejar que la “magia” del interés compuesto trabaje para usted.

En general, ahorrar dinero pronto en la vida y preservar recursos por medio de la frugalidad (evitar el desperdicio) son ingredientes importantes en extremo para la creación de riqueza. Es frecuente que ser frugal signifique la posposición de los deseos materiales inmediatos en nombre de un mañana mejor. En este contexto, sea muy prudente al gastar hoy el dinero de mañana con préstamos sin disciplina (por ejemplo, con tarjetas de crédito). El factor 1.1 demuestra cuán rápido puede crecer su deuda.

7.2.- Cálculo del valor de P cuando se conoce el de A

De la ecuación $F = P(1+i)^N$, al sustituir F en la ecuación 1.1, se obtiene que

$$P(1+i)^N = A\left[\frac{(1+i)^N-1}{i}\right]$$

Despejando, se obtiene

$$P = A\left[\frac{(1+i)^N-1}{i(1+i)^N}\right] \qquad 1.2$$

Entonces, la ecuación 1.2 es la relación para encontrar el valor presente equivalente (como el del principio del primer periodo) de una serie uniforme de flujos de efectivo con un monto de A al final de N periodos. La cantidad entre corchetes se llama factor del valor presente de una serie uniforme.

Ejemplo

Si el día de hoy a cierta máquina se le ordena una reparación mayor, su producción se incrementaría un 20%, que se traduciría en un flujo de efectivo adicional de $20,000 al final de cada año durante cinco años. Si i = 15% anual, ¿cuánto es razonable invertir para arreglar la máquina en cuestión?

Solución

El incremento en el flujo de efectivo es de $20,000 por año, y continúa durante cinco años al 15% de interés anual. El límite de lo que se debería gastar ahora es

$$P = \$20{,}000\left[\frac{(1+0.15)^5-1}{0.15(1+0.15)^5}\right]$$

P = $20,000(3.3522)

P = $67,044

Ejemplo

Suponga que un tío rico suyo posee $ 1,000,000 que desea repartir a sus herederos a una tasa de $100,000 por año. Si se depositara la cantidad de $ 1,000,000 en una cuenta bancaria que gana el 6% anual, ¿cuántos años tomaría agotar la cuenta por completo? ¿y cuanto si la cuenta pagara el 8% de interés anual en lugar del 6%?

Solución

$$1000000 = 100000\left[\frac{(1+.06)^N-1}{.06(1+.06)^N}\right]$$

$$0.6 = \left[\frac{(1+.06)^N}{(1+.06)^N} - \frac{1}{(1+.06)^N}\right] = \left[1 - \frac{1}{(1+.06)^N}\right]$$

$$\frac{1}{(1+.06)^N} = [1-0.6] = 0.4$$

$$2.5 = (1.06)^N$$

$$\ln(2.5) = N\ln(1.06)$$

$$N = \ln(2.5)/\ln(1.06)$$

$$N = 15.72520854$$

7.3.- Cálculo del valor de A cuando se conoce el de F

Al tomar la ecuación 1.1 y despejar A, se encuentra que

$$A = F\left[\frac{i}{(1+i)^N-1}\right] \qquad 1.3$$

Asi, la ecuación 1.3 es la relación para obtener el monto, A, de una serie uniforme de flujos de efectivo que ocurren al final de N periodos de interés que sería equivalente a (o tendría el mismo valor que) su valor futuro equivalente que sucediera al final del último periodo. La cantidad entre corchetes se llama el factor del fondo de amortización.

Ejemplo

Una estudiante emprendedora planea tener un ahorro personal por un total de $1,000,000 cuando se retire a los 65 años de edad. Ahora tiene 20 años. Si la tasa de interés anual en promedio será de 7% durante los próximos 45 años para su cuenta de ahorro, ¿qué cantidad igual debe de ahorrar al final de cada año para cumplir su objetivo?

Solución

La cantidad futura, F, es de $1,000,000. La cantidad igual que esta estudiante debería depositar en un fondo de amortización para que se convierta en $1,000,000 dentro de 45 años con un interes del 7% anual es de

$$A = \$1{,}000{,}000\left[\frac{.07}{(1+.07)^{45}-1}\right] = \$1{,}000{,}000(0.0035)$$

A = 3,500

7.4.- Cálculo del valor de A cuando se conoce el de P

Si toma la ecuación 1.2 y se despeja A, se obtiene

$$A = P\left[\frac{i(1+i)^N}{(1+i)^N-1}\right] \qquad 1.4$$

Así, la ecuación 1.4 es la relación para encontrar el monto, A, de una serie uniforme de flujos de efectivo que ocurren al final de cada uno de los N periodos de interés, que serían equivalentes a (o podrían intercambiarse por) el valor presente equivalente, P, que ocurre al principio del primer periodo. La cantidad entre paréntesis se llama el factor de recuperación del capital.

Ejemplo

Suponga que pide un préstamo de $8,000 y desea pagarlo en 4 pagos anuales (durante los próximos 4 años). Si la tasa de interés es del 10% de que cantidad deberían de ser los 4 pagos anuales.

$$A = \$8{,}000\left[\frac{0.1(1+0.1)^4}{(1+0.1)^4-1}\right]$$

A = $8,000(0.3154708037

A = $2,524

8.- Anualidades diferidas (serie uniforme)

Todas las anualidades (serie uniforme) que se han estudiado hasta este momento implican un primer flujo de efectivo que se realiza al final del primer periodo, y se llaman anualidades ordinarias.

Si el flujo de efectivo no comienza sino hasta alguna fecha posterior, la anualidad se conoce como anualidad diferida. Si la anualidad se difiere J periodos (J<N), la situación es la que se ilustra en la figura siguiente, donde toda la anualidad ordinaria dentro del marco se desplaza hacia delante del “tiempo presente”, o “tiempo 0”, por J periodos. Recuerde que en una anualidad diferida por J periodos, el primer pago se realiza al final del periodo (J+1), con la suposición de que todos los periodos implicados tienen la misma duración.

El valor presente equivalente al final del periodo de J de una anualidad con flujos de efectivo por una cantidad A es, de la ecuación 1.2. Entonces, el valor presente equivalente del monto único A en el momento 0 será

$$P = A\left[\frac{(1+i)^{N-J}-1}{i(1+i)^{N-J}}\right]/(1+i)^J$$

GRAFICA

Ejemplo

Para ilustrar el análisis precedente, suponga que un padre de familia desea determinar qué cantidad única tendría que depositar el día que naciera su hijo, en una cuenta que gana el 12% anual, para que su vástago disponga de $2,000 en cada uno de sus cumpleaños números 18, 19, 20 y 21.

Solución

El problema se representa en la figura siguiente. En primer lugar, debe de reconocerse que se considera una anualidad ordinaria de 4 retiros de $2,000 cada uno, y que el valor presente equivalente de ella sucede en el cumpleaños número 17, cuando utiliza el factor $A\left[\frac{(1+i)^{N-J}-1}{i(1+i)^{N-J}}\right]$. En este problema, N=21 y J=17. Con frecuencia ayuda el uso de subíndices en P o F para denotar el punto respectivo en el tiempo. Así,

$$P_{17}=\$2{,}000\left[\frac{(1+0.12)^{21-17}-1}{0.12(1+0.12)^{21-17}}\right]$$

$$P_{17}=\$2{,}000\left[\frac{(1+0.12)^{4}-1}{0.12(1+0.12)^{4}}\right]=\$2{,}000\left[\frac{0.57351936}{0.1888223232}\right]=\$2{,}000(3.037349347)$$

$$P_{17}=\$6{,}074.69$$

Una vez que se conoce P_{17}, el paso siguiente es calcular P_0. Con respecto a P_0, P_{17} es el valor futuro equivalente, y entonces podría denotarse como F_{17}. El dinero en un punto dado del tiempo, tal como el final del periodo 17, es el mismo, ya sea que se llame valor presente equivalente o valor futuro equivalente. Entonces,

$$P=\$6{,}074.69\left[\frac{1}{(1+i)^{J}}\right]$$

P = $6,074.69(0.1456443409)

P = $884.7442214

Que es la cantidad que el padre tendría que depositar el día que naciera su hijo.

Ejemplo

Para el problema del ejemplo anterior, suponga que además el padre desea determinar el valor equivalente de los 4 retiros de $2,000 en el cumpleaños número 24 de su hijo. Esto podría significar que nunca se retirarán cuatro cantidades, o tal vez que el hijo las tomara y de inmediato las volviera a depositar en una cuenta que también pagara el 12% anual. Con el uso del sistema de subíndices, queremos calcular F24.

Solución

Una forma de resolverlo es calcular

$$F_{21}=\$2{,}000\left[\frac{(1+0.12)^{4}-1}{0.12}\right]$$

$$F_{21}=\$2{,}000(4.779328)=\$9{,}558.656$$

Ahora, para calcular F_{24} puede denotarse a F_{21} como P_{21}, y

$$F_{24}=\$9{,}558.656(1+0.12)^{3}$$

$$F_{24}=\$13{,}428.88$$

Otra forma mas rápida de resolver este problema consiste en detectar que $P_{17}=\$6{,}074.69$ y que P_0 = $884.74 son cifras equivalentes cada una a los 4 retiros de $2,000. Entonces, puede encontrarse F_{24} en forma directa, dado P_{17} o P_0. Utilizando P_0 de obtiene

Notas de Evaluación de proyectos: Tasa de interés nominal y efectiva

César Octavio Contreras[3]
UN

Con frecuencia, el periodo de interés, o tiempo entre capitalizaciones sucesivas, es menor que un año. Se ha vuelto una costumbre mencionar las tasas de interés sobre una base anual, seguidas por el periodo de capitalización si esta fuera distinto de un año. Por ejemplo, si la tasa de interés es del 6% por periodo de interés y este fuera de seis meses, la costumbre es de hablar de esta tasa como del 12% capitalizable cada seis meses. Aquí la tasa anual de interés se conoce como la tasa nominal, en este caso es el 12%. Una tasa de interés nominal se representa por r. Pero la tasa real (o efectiva) anual sobre el principal no es el 12%, sino algo mayor porque la capitalización ocurre dos veces durante el año.

En consecuencia, la frecuencia por año con la que se capitaliza una tasa nominal de interés puede tener un efecto pronunciado sobre el monto en dólares(o cualquier otra unidad monetaria) de interés que se genera en total. Por ejemplo, considere un monto principal de $1,000 que se va a invertir por tres años a una tasa nominal de interés del 12% capitalizable cada seis meses. Los intereses generados durante los primeros seis meses serian $1,000 x (0.12/2) = $60

El principal y los intereses al comienzo del segundo periodo de seis meses es de

$$P + Pi = \$1,000 + \$60 = \$1,000$$

Los intereses que se generan durante el segundo lapso de seis meses son

$$\$1,060 + (0.12/2) = \$123.60$$

Entonces, el interés total que se genera durante el año es de

$$\$60 + \$63.60 = \$123.60$$

Por ultimo, la tasa de interés efectiva anual para todo el año es de

$$\frac{\$123.60}{\$1,000} x100 = 12.36\%$$

Si este proceso se repite durante los años dos y tres, el monto acumulado (capitalizado) de los interés se grafica como en la siguiente figura 1. Suponga que se invierten los mismos $1,000 al 12% capitalizable en forma mensual, que es el 1% por mes. El interes acumulado durante tres años que resulta de la capitalización mensual se muestra en la figura 2.

Figura 1

Figura 2

La tasa real o exacta del interés que se genera sobre el principal durante un año se conoce como la tasa efectiva. Debe destacarse que las tasas efectivas de interés siempre se expresan en términos anuales, a menos que se especifique otra cosa. En este libro, la tasa efectiva de interés anual por costumbre se designa con i, mientras que la tasa nominal anual de interés se denota con r. En los estudios de ingeniería económica donde la capitalización es anual, i = r. La relación entre el interés efectivo, i, y el interés nominal, r, es

$$I = (1 + r/M)^{M} - 1 \qquad (9)$$

Donde M es el número de periodos de capitalización por año. De la ecuación 9, ahora queda claro por qué i > r cuando M > 1.

---

[3] Estas notas son incompletas y preeliminares, usadas únicamente para facilitar la exposición de clase y no pretende nada mas.

La tasa efectiva de interés es útil para describir el efecto de la capitalización del interés que se genera sobre el interés durante un año. La tabla muestra las tasas efectivas para varias tasas nominales y periodos de capitalización.

Capitalización	Capitalización por año, M	Tasa efectiva (5) para tasas nominales de					
		6%	8%	10%	12%	15%	24%
Anual	1	6.00	8.00	10.00	12.00	15.00	24.00
Semestral	2	6.09	8.16	10.25	12.36	15.56	25.44
Trimestral	4	6.14	8.24	10.38	12.55	15.87	26.25
Bimestral	6	6.15	8.27	10.43	12.62	15.97	26.53
Mensual	12	6.17	8.30	10.47	12.68	16.08	26.82
Diaria	365	6.18	8.33	10.52	12.75	16.18	27.11

Es interesante que el procedimiento federal en la legislación de préstamos de Estados Unidos, ahora requiera de una declaración acerca de la tasa anual en porcentaje que se cobra en los contratos de crédito. La APR es una tasa nominal de interés y no cuenta para la capitalización que pueda ocurrir, es decir la apropiada, durante un año. Antes de que el Congreso de Estados Unidos aprobara dicha legislación en 1969, los acreedores no tenían obligación de explicar la forma en que determinaban los cargos de interés, o cual era el costo verdadero del dinero de un préstamo. Como resultado los acreditados por lo general eran incapaces de calcular su APR y comparar diferentes planes de financiamiento.

Ejemplo

Una empresa de tarjetas de crédito cobra una tasa de interés del 1.375% mensual sobre el saldo insoluto de todas sus cuentas. Afirma que la tasa de interés anual es del 12(1.375%) = 16.5%. ¿Cuál es la tasa efectiva de interés anual que está cobrando la compañía?

Solución

Usando la ecuación 9 para calcular la tasa de interés:

$$i = \left(1 + \frac{0.165}{12}\right)^{12} - 1$$

=0.1781, o 17.81%/año

Observe que r = 12(1.375%) = 16.5%, que es la APR. Como se vio en el ejemplo, es verdad que r = M(r/M), donde r/M es la tasa de interés por periodo.